

Выводы. Наиболее опасное эксплуатационное состояние по критерию разрушения шейки рельсовых проводников, имеющих выточку, возникает после выполнения восстановительных работ по замене вкладышей и возобновления передачи боковой силы от подъемного сосуда через головку рельса.

При незначительной потере сечения в выточке (20%) напряжения в ней возрастают до 3-х раз для проводников Р38 и Р43.

В тех случаях, когда предыдущая эксплуатация системы «сосуд – рельсовый проводник» привела к образованию выточки на шейке проводника, дальнейшая работа подъема без замены пролетов изношенных проводников должна проводиться только после специальных обследований с определением параметров напряженно-деформированного состояния армировки с учетом фактических боковых эксплуатационных нагрузок.

Список литературы

1. Единые правила безопасности при разработке рудных, нерудных и россыпных месторождений подземным способом. – М.: Недра: 1977. – 223 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов. // Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев / Наукова Думка. Киев. – 1975. – 704 с.
3. Методика расчета жестких армировок вертикальных стволов шахт. – Донецк.: НИИГМ им. М.М.Федорова, 1994. – 145 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Самусею В.І.
Надійшла до редакції 17.03.2015*

УДК 621.85.01

© Н.А. Лубенец

СКОЛЬЖЕНИЕ ОБЪЕМНОГО ГИБКОГО ТЕЛА ПО БЛОКУ

Впервые обоснована модель реального объемного гибкого тела и выведены результаты решения классической задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку.

Вперше обґрунтована модель реального об'ємного гнучкого тіла і виведені результати розв'язання класичної задачі Ейлера про ковзання гнучкого тіла по нерухомому блоці.

First sound model of the real volume of the flexible body and displays the results of the classical solutions of the Euler problem of slip flexible body on the fixed block.

Исследователями предпринимались многие попытки установить влияние геометрических размеров гибкого тела на реализацию тягового усилия при трении по блоку [1]. Однако они не дали положительного результата. В реализации тягового усилия общепризнанным является решение задачи о скольжении идеального гибкого тела по неподвижному блоку Эйлера (закон трения гибких тел Эйлера,

уравнение трения гибких тел Эйлера или формула Эйлера) известное с 1775 года, которое не учитывает влияние геометрических размеров гибкого тела.

Однако известный вывод Эйлера не является достаточно точным, поскольку он не отвечает господствующим в настоящее время знаниям о трении твердых тел Кулона и закону сохранения механической энергии в замкнутой механической системе и не учитывает влияние формы сечения гибкого тела [2].

При решении известной задачи исследователями принималась модель объемного гибкого тела, в котором при обхвате блока гибким телом его внешние и внутренние слои растягиваются и сжимаются относительно средней линии. Однако, она недостаточно обоснована потому, что в практике используются различные гибкие тела - трос, канат, конвейерная лента, клиновой ремень и др., которые отличаются по конструкции, форме поперечного сечения и свойствам конструкционных материалов.

Поэтому, для правильного решения классической задачи Эйлера необходимо обосновать модель объемного гибкого тела, которая учитывает его форму поперечного сечения и конструкцию, свойства конструкционных материалов.

Установим влияние формы сечения реального объемного кольцеобразного гибкого тела, ограничивающего различную фигуру в заданной плоскости, на его периметр.

Очевидно, что при отсутствии продольного натяжения объемного кольцеобразного гибкого тела круглого сечения, произвольно расположенного на горизонтальной плоскости, его периметр по средней линии не зависит от формы фигуры, которую принимает гибкое тело. При наличии продольного натяжения, его периметр по средней линии изменяется, подчиняясь законам напряженно-деформированного состояния для линейно-деформируемого гибкого тела.

Рассмотрим расчетную схему работы гибкого тела в конвейере, рис. 1.

Расчетную схему ориентируем в вертикальной плоскости для того, чтобы исключить ошибку от различного провисания гибкого тела в набегающем и сбегавшем с барабана участках при работе конвейера. Гибкое тело в пределах угла обхвата с барабаном принимает его форму (радиусы кривизны внутреннего и внешнего слоев гибкого тела соответствуют концентрическим окружностям, причем радиус кривизны внутреннего периметра равен радиусу барабана). При этом диаметр барабана приводной станции (d) во много раз больше толщины сечения кольцеобразного гибкого тела (t).

Построим математическую модель определения внутреннего периметра кольцеобразного гибкого тела методом обкатывания барабана. Метод обкатывания прост в реализации и нашел широкое применение в промышленности при контроле геометрических размеров резинотехнических изделий. Сущность метода состоит в определении периметра кольца при обкатывании его барабаном за один оборот кольца. Один оборот кольца контролируют визуальной меткой на кольце.

При обкатывании кольцеобразного гибкого тела приводным барабаном гибкое тело по нейтральному слою удлиняется, его наружные слои еще больше растягиваются, а внутренние сжимаются. Степень растяжения и сжатия внеш-

него и внутреннего слоев кольца зависит от конструкции и формы сечения гибкого тела, модулей упругости конструкционных материалов из которых состоит кольцо, а также усилия продольного натяжения.

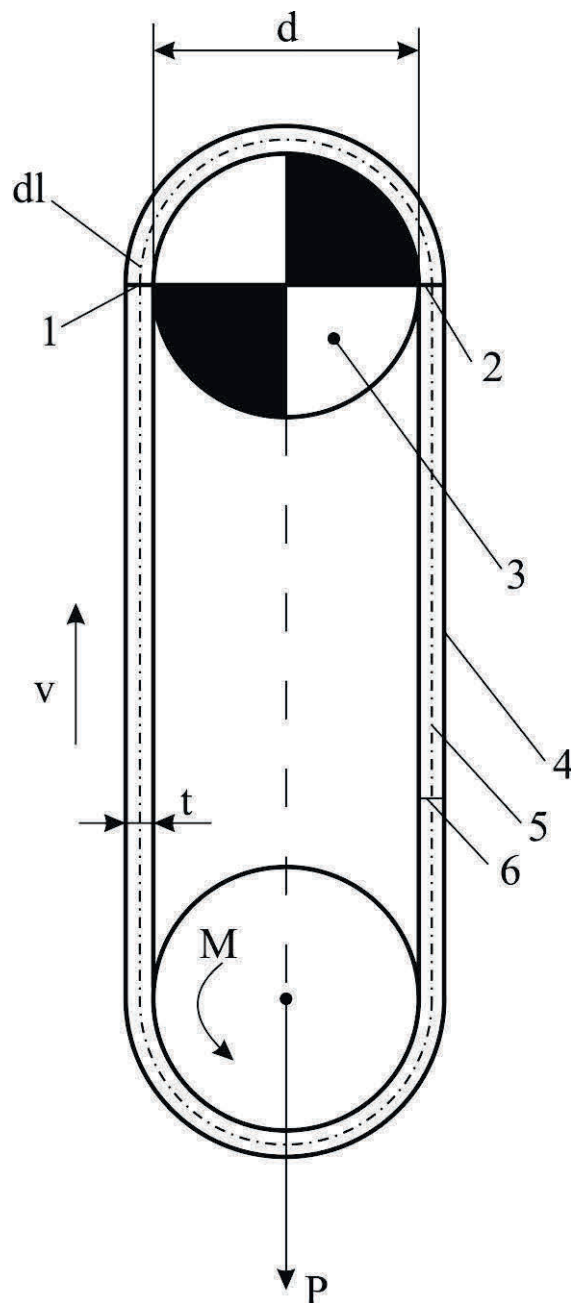


Рис. 1. Расчетная схема функционирования кольцеобразного гибкого тела в транспортной машине: 1 – сечение гибкого тела в точке набегания; 2 – сечение гибкого тела в точке сбегания; 3 – барабан приводной станции; 4 – гибкое тело; 5 – линия действия равнодействующей натяжения гибкого тела; 6 – визуальная метка на гибком теле; d – диаметр барабана; t – толщина кольцеобразного гибкого тела; dl – элементарный участок гибкого тела в точке набегания на барабан; v – поступательная скорость движения гибкого тела; M – тормозной момент на оси барабана натяжной станции; P – усилие натяжения гибкого тела

Если модули упругости изотропного гибкого тела симметричного сечения из резины при растяжении и сжатии равны то, пренебрегая неодинаковой поперечной деформацией наружных и внутренних слоев, можно ожидать, что нейтральный слой, по которому действует равнодействующая натяжения гибкого тела, будет совпадать со средней линией.

В этом случае периметр кольцеобразного гибкого тела по средней линии за один оборот кольца будет равен:

$$l_{cp} = (d + t) \cdot \pi \cdot n$$

где l_{cp} – периметр кольцеобразного гибкого тела по средней линии; d – диаметр барабана; n – количество оборотов барабана за один оборот кольцеобразного гибкого тела; t – толщина кольцеобразного гибкого тела.

Однако, действительный периметр кольцеобразного гибкого тела по средней линии (периметр неподвижного кольца, расположенного горизонтально) отличается от рассчитанного по формуле, поскольку сказывается удлинение гибкого тела от усилия его натяжения и собственного веса. В точке набегания на барабан наблюдается сцепление уже удлиненного участка вследствие натяжения гибкого тела. В других точках линии контакта – происходит смещение гибкого тела [3].

Следовательно, для определения периметра кольцеобразного гибкого тела по средней линии необходимо учесть это удлинение, которое накапливается за один оборот кольца и зависит от натяжения гибкого тела в точке набегания на барабан.

Итак, при обкатывании гибкого тела по барабаном его элементарный участок в точке набегания на барабан, входящий в контакт с поверхностью барабана (будучи удлиненным), перемещается синхронно с барабаном. Затем, в пределах линии контакта с барабаном за счет уменьшения натяжения, гибкое тело сжимается и его сечение смещается относительно барабана в сторону противоположную движению кольца.

Отсюда, удлинение элементарного участка линейно-деформируемого гибкого тела в точке набегания по средней линии в соответствии с законом Гука будет равно:

$$\Delta dl_{cp} = \frac{\sigma \cdot dl}{E} = \frac{S_1 + qgl_0}{E \cdot F} dl = \frac{S_1 + qg \frac{l_{cp} - (d+t) \cdot \pi}{2}}{E \cdot F} dl = \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot g \cdot (d+t) \cdot \pi \cdot (n-1)}{2 \cdot F \cdot E} \cdot dl;$$

где Δdl_{cp} – удлинение элементарного участка гибкого тела по средней линии; σ – продольное напряжение в гибком теле; dl – элементарный участок гибкого тела в точке набегания на барабан; E – модуль Юнга материала гибкого тела; S_1 – усилие натяжения гибкого тела в точке набегания; F – площадь сечения гибкого тела; q – линейная масса гибкого тела; l_0 – длина участка набегания гибкого тела; g – ускорение силы тяжести.

Увеличение же периметра кольца по средней линии за один оборот, соответственно, составляет:

$$\Delta l_{cp} = \int \Delta dl_{cp} = \int_0^{l_{cp}} \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot g \cdot (d+t) \cdot \pi \cdot (n-1)}{2 \cdot F \cdot E} dl = \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot g \cdot (d+t) \cdot \pi \cdot (n-1)}{2 \cdot F \cdot E} \times$$

$$\times \int_0^{l_{cp}} dl = \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot g \cdot (d+t) \cdot \pi \cdot (n-1)}{2 \cdot F \cdot E} \cdot l \Big|_0^{(d+t)\pi \cdot n} = \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot g \cdot (d+t)^2 \cdot \pi^2 \cdot (n-1) \cdot n}{2FE}.$$

Тогда, периметр измеряемого кольцеобразного гибкого тела из резины круглого сечения по средней линии будет равен:

$$L_{cp} = l_{cp} - \Delta l_{cp} = (d+t) \cdot \pi \cdot n - \frac{2 \cdot S_1 + q \cdot (d+t)^2 \cdot \pi^2 \cdot (n-1) \cdot n}{2 \cdot F \cdot E}$$

Рассмотренный метод подтверждается практикой. В проведенном эксперименте испытаниям подвергались резиновые кольца круглого сечения с диаметром от 100 до 500 мм. Результаты определения периметра резиновых колец при этом были занижены (присутствовала отрицательная систематическая ошибка). Погрешность измерения при этом достигала - 0,25 %. Это обстоятельство объясняется превышением радиуса кривизны нейтрального слоя несжимаемого резинового кольца (коэффициент Пуассона резины близок к значению 0,5) вдоль линии контакта с барабаном над радиусом кривизны средней линии. Поэтому погрешность измерения может быть уменьшена введением поправки.

Рассмотренный метод определения периметра был реализован в приборе для измерения геометрических размеров резиновых колец [3.4].

Таким образом, исследованиями установлено, что при изгибе несжимаемого гибкого тела круглого сечения радиус кривизны нейтрального слоя больше радиуса кривизны средней линии, а при действии продольного натяжения, тело удлиняется вдоль нейтрального слоя, подчиняясь законам напряженно-деформированного состояния для линейно-деформируемого гибкого тела.

Однако, гибкие тяговые органы, как известно, имеет различную конструкцию, свойства конструкционных материалов и форму поперечного сечения. Поэтому, для них и подавно можно ожидать то, что при изгибе радиус кривизны нейтрального слоя не будет равен радиусу кривизны средней линии.

Установленное свойство позволяет экспериментально определить местоположение нейтрального слоя гибкого тела с различной формой поперечного сечения и конструкцией при скольжении по блоку, а именно установить кривизну нейтрального слоя, по которой действует равнодействующая усилия натяжения гибкого тела в области контакта с блоком.

Теперь рассмотрим расчетную схему элементарного участка гибкого тела при скольжении по неподвижному блоку, рис.2.

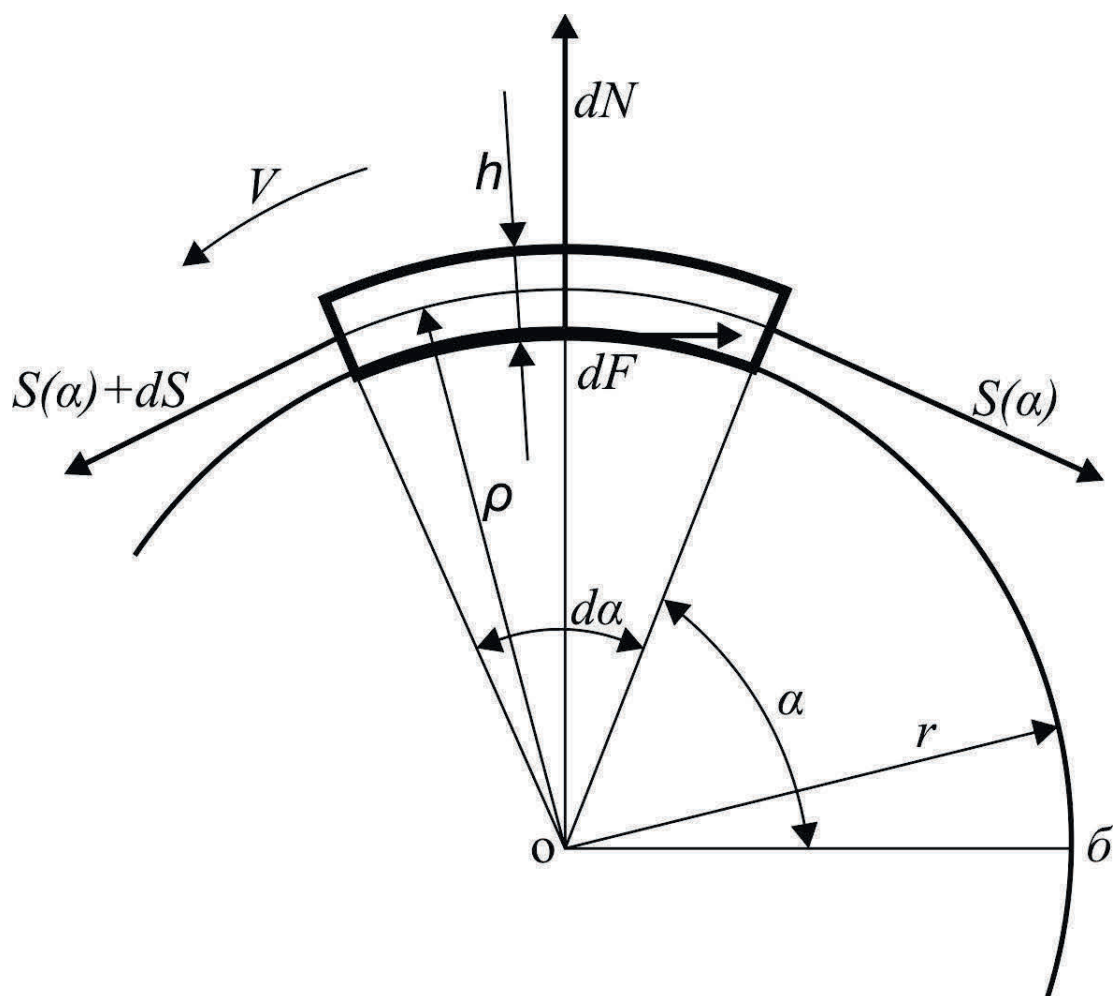


Рис. 2. Расчетная схема элементарного участка гибкого тела длиной dl : $S(\alpha)$ – функция натяжения гибкого тела вдоль линии контакта с барабаном, заданной в полярной системе координат, от полярного угла (α); dS – приращение усилия натяжения гибкого тела на элементарном участке гибкого тела; dN – нормальная сила внешнего прижатия - давления между элементарным участком гибкого тела и барабаном; dF – сила трения между элементарным участком гибкого тела и барабаном; t – толщина гибкого тела; r – радиус барабана; ρ – радиус условной (нейтральной) продольной линии гибкого тела; α – полярный угол (за начало отсчета полярного угла выбран луч, проходящий через точку набегания гибкого тела на барабан (б)); $d\alpha$ – элементарный угол обхвата барабана, соответствующий элементарному участку гибкого тела длиной dl ; б – точка набегания гибкого тела на барабан.

При скольжении объемного гибкого тела по неподвижному блоку, момент силы трения на элементарном участке гибкого тела уравнивается моментом от силы его натяжения:

$$r \cdot dF + \rho \cdot S(\alpha) - \rho \cdot [S(\alpha) + dS] = 0.$$

где ρ – радиус нейтрального слоя гибкого тела скользящего по неподвижному блоку; r – радиус барабана; $S(\alpha)$ – функция натяжения гибкого тела, заданная в полярной системе координат, от полярного угла α ; dS – приращение усилия натяжения гибкого тела на элементарном участке гибкого тела; dF – приращение силы трения между элементарным участком гибкого тела и барабаном.

Откуда:

$$r \cdot dF = \rho \cdot dS.$$

Следовательно, система дифференциальных уравнений равновесия гибкого тела при скольжении по блоку, отвечающая закону сохранения механической энергии и действующим представлениям Кулона о трении твердых тел, а также учитывающая форму сечения гибкого тела, представляется так:

$$\begin{cases} dN = Sda; \\ \rho dS = r dF; \\ dF = \frac{F_c}{\varphi} da + tg\beta dN; \\ \frac{\partial N}{\partial \mu} = \frac{\partial \left(\int_0^{\varphi} S(a, \mu) da \right)}{\partial \mu} = 0 \end{cases}$$

где dN – приращение нормальной реакции между элементарным участком гибкого тела и барабаном; da – элементарный угол обхвата барабана, соответствующий элементарному участку гибкого тела длиной dl ; v – скорость движения гибкого тела; μ – коэффициент скольжения между гибким телом и барабаном; F_c – сила трения между гибким телом и барабаном при нормальной реакции между телами равной нулю; $tg\beta$ – тангенс угла наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами.

Промежуточным решением трех первых уравнений равновесия полученной системы будет следующее:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{r} dS &= \frac{F_c}{\varphi} da + tg\beta \cdot S \cdot d\alpha; \\ \frac{\rho}{r} \int_{S_2}^{S_1} dS &= \int_0^{\varphi} \left(\frac{F_c}{\varphi} + tg\beta \cdot S \right) \cdot d\alpha; \\ \frac{\rho}{r} (S_1 - S_2) &= F_c + tg\beta \int_0^{\varphi} S \cdot d\alpha. \end{aligned}$$

Из четвертого уравнения системы дифференциальных уравнений – условия равновесия натяжения гибкого тела в области контакта с блоком, отвечающего закону сохранения механической энергии при скольжении гибкого тела, следует, что натяжение гибкого тела в пределах линии контакта гибкого тела и блока может быть представлено линейной функцией [2]:

$$S(\alpha) = \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \alpha + S_2,$$

где S_1 – натяжение в сбегающей с блока ветви гибкого тела; S_2 – натяжение в набегающей ветви гибкого тела.

Отсюда, промежуточный интеграл, указанный выше, и нормальная реакция между телами составляет [1]:

$$N = \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha = \int_0^{\varphi} \left(\frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \alpha + S_2 \right) \cdot d\alpha = \left(\frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot \frac{\alpha^2}{2} + S_2 \cdot \alpha \right) \Big|_0^{\varphi} = \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2},$$

Поэтому, при использовании параметров трения F_c и $tg\beta$, введенных Кулоном, решением приведенной системы дифференциальных уравнений будет:

$$\frac{\rho}{r} (S_1 - S_2) = F_c + tg\beta \left(\varphi \frac{S_1 + S_2}{2} \right) = F_c + tg\beta \cdot N = F.$$

В случае использования в выражении коэффициента трения, введенного Амонтоном (Леонардо да Винчи), соответственно будет:

$$\frac{\rho}{r} (S_1 - S_2) = \left(\frac{F_c}{N} + tg\beta \right) N = \mu \cdot N = \mu \cdot \varphi \left(\frac{S_1 + S_2}{2} \right) = F,$$

или

$$\frac{2\rho(S_1 - S_2)}{r(S_1 + S_2)} = \varphi\mu - const.$$

Таким образом, впервые обоснована модель реального объемного гибкого тела с различной формой сечения, включающая значение радиуса кривизны нейтрального слоя, по которому направлена равнодействующая усилия натяжения гибкого тела.

Получено решение задачи о скольжении объемного гибкого тела по неподвижному блоку, отвечающее закону сохранения механической энергии в замкнутой механической системе и действующим представлениям Кулона о трении твердых тел, и учитывает форму сечения гибкого тела.

Список литературы

1. Андреев А.В. Передача трением / Андреев А.В. – М.: Машгиз, 1978. – 176 с.

2. Лубенец Н.А. Альтернативный формуле Эйлера закон реализации тягового усилия трением / Лубенец Н.А. // Науковий вісник НГУ. – Днепропетровск, 2008. – № 11.- С. 67 – 70.
3. Лубенец Н.А. Обоснование метода измерения диаметров резиновых уплотнительных колец. / Лубенец Н.А., Панин В.В., Сафронов Е.В. // Производство шин,резинотехнических и асбестотехнических изделий. – М., Министерство нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности СССР, 1983. - № 11. – С. 16 – 19.
4. Авторское свидетельство СССР № 1060927 «Способ определения внутреннего диаметра резинового кольца», Авторы: Лубенец Н.А., Захарченко А.А., Панин В.В., Черкасов В.Г.

Рекомендовано до публікації д.т.н. Ширінім Л.Н.

Надійшло до редакції 21.10.2014